

Розрахункова робота

по темі:

«Інтеграл та його застосування»

Підбір варіанту здійснюється відповідно до порядкового номера студента в списку групи, враховуючи:

Варіант 1: 8, 16, 24

Варіант 2: 7, 15, 23

Варіант 3: 6, 14, 22

Варіант 4: 5, 13, 21

Варіант 5: 4, 12, 20

Варіант 6: 3, 11, 19

Варіант 7: 2, 10, 18

Варіант 8: 1, 9, 17

1. Довести, що функція $F(x)$ є первісною для функції $f(x)$ на проміжку I :

a) $F(x) = x^3 - 2x + 1, f(x) = 3x^2 - 2; I = (-\infty; \infty)$.

b) $F(x) = 2 \sin 2x - 2, f(x) = 4 \cos 2x, I = (-\infty; \infty)$.

c) $F(x) = 4x\sqrt{x}, f(x) = 6\sqrt{x}, I = (0; \infty)$

d) $F(x) = \sin^2 x + 1, f(x) = \sin 2x, I = (-\infty; \infty)$.

e) $F(x) = (2x+1)^3, f(x) = 6(2x+1)^2; I = (-\infty; \infty)$

f) $F(x) = \sin^3 x - 3, f(x) = \frac{3}{2} \sin 2x \sin x, I = (-\infty; \infty)$.

2. Знайти загальний вигляд первісних для функції

a) $f(x) = 3x^2 + 2x, b) f(x) = \frac{1}{x^2} - \sin x, c) f(x) = 2(2x+5)^4$.

3. Для функції $f(x)$ знайти первісну $F(x)$, графік якої проходить через точку A :

a) $f(x) = x^3 + 2, A(2; 15)$.

b) $f(x) = 4x(x^2 - 1), A(1; 2)$.

c) $f(x) = \frac{1}{2} \cos \frac{x}{2} + \frac{1}{2} \sin \frac{x}{2}, A\left(-\frac{\pi}{2}; -\sqrt{2}\right)$.

4. Обчислити інтеграл:

a) $\int_2^5 4dx; b) \int_0^3 (x^2 + 4x - 1)dx; c) \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{dx}{\cos^2 x}; d) \int_{-5}^1 (x^2 + 8x + 16)dx; e) \int_0^3 \frac{1-x^4}{1-x} dx;$

f) $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x dx; g) \int_0^1 \frac{x^2 + x\sqrt{x} + x\sqrt{x}}{x\sqrt{x}} dx; h) \int_2^6 \frac{dx}{\sqrt{3x-2}}; i) \int_0^{2\pi} \left(\cos \frac{x}{8} - \sin \frac{x}{8}\right)^2 dx$.

5. Обчислити площу фігури, обмеженої лініями:

a) $y = x^4, y = 0, x = 2$.

b) $y = \cos x, y = 0, x = -\frac{\pi}{4}, x = \frac{\pi}{4}$.

c) $y = 4 - x^2, y = 2 - x$.

d) $y = \sin \frac{x}{2}, y = 0, x = \frac{\pi}{2}, x = \frac{3\pi}{2}$.

e) $y = 9 - x^2, y = x^2 - 6x + 9$.

f) $y = 2 \sin x, y = -2 \sin x, x = 0, x = \pi$.

6. Розв'язати задачі:

a) Швидкість руху точки $v = (6t^2 + 4) \text{ м/с}$. Знайти шлях, пройдений точкою за 5 секунд від початку руху.

b) Швидкість руху точки $v = (12t - 3t^2) \text{ м/с}$. Знайти шлях пройдений точкою від початку руху до повної зупинки.

1. Довести, що функція $F(x)$ є первісною для функції $f(x)$ на проміжку I :

a) $F(x) = x^4 + 4x^3 - 2x + 5, f(x) = 4x^3 + 12x^2 - 2; I = (-\infty; \infty)$.

b) $F(x) = x^2 - \sin 2x - 1, f(x) = 2x - 2 \cos 2x, I = (-\infty; \infty)$.

c) $F(x) = 2\sqrt{x}, f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}, I = (0; \infty)$.

d) $F(x) = 3 - \cos^2 x + 1, f(x) = \sin 2x, I = (-\infty; \infty)$.

e) $F(x) = (3x^2 - 2)^3, f(x) = 18x(3x^2 - 2)^2; I = (-\infty; \infty)$.

f) $F(x) = 2x - \cos^3 x, f(x) = 2 + \frac{3}{2} \sin 2x \cos x, I = (-\infty; \infty)$.

2. Знайти загальний вигляд первісних для функції

a) $f(x) = x - 3x^3, b) f(x) = \frac{1}{x^2} + \cos x, c) f(x) = \frac{1}{3}(3x - 7)^4$.

3. Для функції $f(x)$ знайти первісну $F(x)$, графік якої проходить через точку A :

a) $f(x) = 4x + \frac{1}{x^2}, A(1; 4)$.

b) $f(x) = 12x^2(1 + x), A(1; 2)$

c) $f(x) = \frac{1}{3} \cos \frac{x}{3} - \frac{1}{2} \sin \frac{x}{2}, A\left(\pi; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

4. Обчислити інтеграл:

a) $\int_2^4 3dx; b) \int_0^2 (3x^2 - 2x + 4)dx; c) \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} \sin x dx; d) \int_1^4 \left(\frac{4}{x^2} + 2x - 3x^3\right) dx; e) \int_1^2 \frac{1 - 8x^3}{1 - 2x} dx;$

f) $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{4}} \cos 2x dx; g) \int_0^1 \frac{x\sqrt{x} - \sqrt[3]{x^2} - x^2}{x\sqrt{x}} dx; h) \int \frac{7}{4\sqrt{3x+4}} dx; i) \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin 2x + \cos 2x)^2 dx.$

5. Обчислити площу фігури, обмеженої лініями:

a) $y = -2x, y = 0, x = 3;$

b) $y = \sin x, y = 0, x = 0, x = \pi$.

c) $y = 4 - x^2, y = 2 + x;$

d) $y = \cos 2x, y = 0, x = -\frac{\pi}{4}, x = \frac{\pi}{4}$.

e) $y = x^2, y = 2 - x^2;$

f) $y = \sin x, y = 0, x = \frac{\pi}{3}, x = \frac{\pi}{2}$.

6. Розв'язати задачі: а) Швидкість руху точки $v = (9t^2 - 8t) \text{ м/с}$. Знайти шлях пройдений точкою за четверту секунду від початку руху.

б) Швидкість руху точки $v = (18t - 3t^2) \text{ м/с}$. Знайти шлях пройдений точкою від початку руху до повної зупинки.

1. Довести, що функція $F(x)$ є первісною для функції $f(x)$ на проміжку I :
- $F(x) = x^4 - 3x^2 + 7, f(x) = 4x^3 - 6x; I = (-\infty; \infty)$.
 - $F(x) = \cos(2x - 4) + 1, f(x) = -2\sin(2x - 4), I = (-\infty; \infty)$.
 - $F(x) = 8x\sqrt{x}, f(x) = 12\sqrt{x}, I = (0; \infty)$;
 - $F(x) = x^2 - \frac{1}{2}\sin^2 x, f(x) = 4x - \frac{1}{2}\sin 2x, I = (-\infty; \infty)$.
 - $F(x) = (4 - 5x)^4, f(x) = -20(4 - 5x)^3, I = (-\infty; \infty)$;
 - $F(x) = -\frac{2}{3}\operatorname{ctg} 3x, f(x) = \frac{2}{\sin^2 3x}, I = \left(0; \frac{\pi}{3}\right)$.
2. Знайти загальний вигляд первісних для функції
- $f(x) = \frac{1}{2}x + x^4$, $b) f(x) = \frac{3}{2\sqrt{x}} + 1$, $c) f(x) = 4(8x - 5)^3$.
3. Для функції $f(x)$ знайти первісну $F(x)$, графік якої проходить через точку A :

- $f(x) = 3x^2 - 2x - 3, A(3; 9)$.
- $f(x) = \frac{3}{2\sqrt{x}} - 2x, A(1; 1)$.
- $f(x) = 2\cos^2 2x, A\left(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right)$.

4. Обчислити інтеграл:

- $\int_2^5 6dx$; $b) \int_0^3 (x^2 + 2x - 3)dx$; $c) \int_0^{\frac{\pi}{3}} \cos x dx$; $d) \int_{-5}^1 \left(3x^2 - \frac{1}{x^2}\right)dx$; $e) \int_0^2 \frac{16x^4 - 1}{2x - 1} dx$;
- $f) \int_0^{\frac{\pi}{24}} \frac{2dx}{\sin^2\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)}$; $g) \int_0^1 \frac{x^2\sqrt{x} + x^{-1} - x\sqrt{x}}{\frac{3}{x^2}} dx$; $h) \int_1^5 \left(\frac{1}{\sqrt{11 - 2x}} + 1\right) dx$; $i) \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \operatorname{ctg}^2 x dx$.

5. Обчислити площу фігури, обмеженої лініями:

- $y = x^2, y = 0, x = 3$;
- $y = \cos x, y = 0, x = -\frac{\pi}{2}, x = \frac{\pi}{2}$;
- $y = 2 + x^2, y = 4 - x$;
- $y = 2\cos x, y = 0, x = -\frac{\pi}{2}, x = \frac{\pi}{2}$;
- $y = 2x^2, y = x^2 + x + 2$;
- $y = 3\sin x, y = -3\sin x, x = 0, x = \pi$.

6. Розв'язати задачі: а) Швидкість руху точки $v = (2t + 8t^{-2} - 8t) \text{ м/с}$. Знайти шлях пройдений точкою за другу секунду від початку руху.

б) Швидкість руху точки $v = (24t - 6t^2) \text{ м/с}$. Знайти шлях пройдений точкою від початку руху до повної зупинки.

1. Довести, що функція $F(x)$ є первісною для функції $f(x)$ на проміжку I :

a) $F(x) = x^5 - 3x^3 + x - 5, f(x) = 5x^4 - 9x^2 + 1; I = (-\infty; \infty)$.

b) $F(x) = \sin(4 - 2x) - 2, f(x) = -2\cos(4 - 2x), I = (-\infty; \infty)$.

c) $F(x) = \sqrt{x} + \sqrt{x^3} - 2, f(x) = \frac{1+3x}{2\sqrt{x}}, I = (0; \infty)$;

d) $F(x) = 2x^4 + \cos^2 x - 3, f(x) = 8x^3 + \sin 2x, I = (-\infty; \infty)$.

e) $F(x) = \frac{2}{3}\sqrt{3x-2}, f(x) = \frac{1}{\sqrt{3x-2}}, I = \left(\frac{2}{3}; \infty\right)$;

f) $F(x) = \frac{3}{5}\operatorname{tg}5x, f(x) = \frac{3}{\cos^2 5x}, I = \left(-\frac{\pi}{10}; \frac{\pi}{10}\right)$.

2. Знайти загальний вигляд первісних для функції

a) $f(x) = x^2 - 5x^4$, b) $f(x) = \frac{1}{x^2} - \sin x$, c) $f(x) = \frac{1}{21}\left(\frac{1}{7}x - 3\right)^7$.

3. Для функції $f(x)$ знайти первісну $F(x)$, графік якої проходить через точку A :

a) $f(x) = 4x^3 + 2x - 3x^2 - 1, A(1; -1)$.

b) $f(x) = 3x^2 - \frac{3}{2\sqrt{x}}, A(1; 2)$.

c) $f(x) = 2\sin^2 2x, A\left(-\frac{\pi}{4}; -\frac{\pi}{4}\right)$.

4. Обчислити інтеграл:

a) $\int_2^4 7dx$; b) $\int_1^4 (x^2 - 6x + 9)dx$; c) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$; d) $\int_1^2 \left(3x^2 - 4x - \frac{2}{x^2}\right)dx$; e) $\int_1^2 \frac{1-27x^3}{1-3x} dx$;

f) $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{\cos^2 x - 1}$; g) $\int_0^1 \frac{\sqrt[3]{x^2} + \sqrt{x} - x\sqrt{x}}{x^2} dx$; h) $\int_1^6 \left(\frac{3}{2\sqrt{3x-2}} - 2\right)dx$; i) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \operatorname{tg}^2 x dx$.

5. Обчислити площу фігури, обмеженої лініями:

a) $y = x^2 + 1, y = 0, x = -1, x = 1$;

b) $y = \sin x, y = 0, x = \frac{\pi}{3}, x = \pi$

c) $y = 2 + x^2, y = 4 + x$;

d) $y = 2\sin x, y = 0, x = 0, x = \pi$

e) $y = 2x^2, y = x^2 - x + 2$;

f) $y = \cos \frac{x}{2}, y = -\cos \frac{x}{2}, x = 0, x = \pi$;

6. Розв'язати задачі: а) Швидкість руху точки $v = (24t - 6t^2)$ м/с. Знайти шлях пройдений точкою за третю секунду від початку руху.

б) Швидкість руху точки $v = (6t - t^2)$ м/с. Знайти шлях пройдений точкою від початку руху до повної зупинки.

1. Довести, що функція $F(x)$ є первісною для функції $f(x)$ на проміжку I :

a) $F(x) = 3x^4 - 2x^3 + 3, f(x) = 12x^3 - 6x^2; I = (-\infty; \infty)$.

b) $F(x) = 2x - \cos 2x, f(x) = 2 + 4\sin 2x, I = (-\infty; \infty)$.

c) $F(x) = \sqrt{x-1} + 2, f(x) = \frac{1}{2\sqrt{x-1}}, I = (1; \infty)$;

d) $F(x) = 3x^5 - \sin^2 x + 2, f(x) = 15x^4 - \sin 2x, I = (-\infty; \infty)$.

e) $F(x) = \frac{1}{5}(2x+5)^5, f(x) = 2(2x+5)^4; I = (-\infty; \infty)$.

f) $F(x) = \frac{1}{8}\sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) - \sin\frac{\pi}{2}, f(x) = \frac{1}{4}\cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right). I = (-\infty; \infty)$.

2. Знайти загальний вигляд первісних для функції

a) $f(x) = 2x - 3x^2, b) f(x) = \frac{1}{x^2} - \sin x, c) f(x) = 5(2 - 3x)^4$.

3. Для функції $f(x)$ знайти первісну $F(x)$, графік якої проходить через точку A :

a) $f(x) = 1 - 2x + 3x^2 - 4x^3, A(-1; -3)$.

b) $f(x) = \frac{2}{2\sqrt{x+1}}, A(0; 1)$.

c) $f(x) = \sin x \sin 5x, A\left(\frac{\pi}{4}; \frac{1}{24}\right)$.

4. Обчислити інтеграл:

a) $\int_2^5 5dx; b) \int_0^3 (1 - 2x - x^2) dx; c) \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{\cos^2 x}; d) \int_1^3 \left(4x^3 + \frac{2}{x^2}\right) dx; e) \int_1^2 \frac{1+8x^3}{1+2x} dx;$

f) $\int_{-\frac{\pi}{4}}^0 \frac{dx}{1 - \sin^2 x}; g) \int_0^1 \frac{9x^2 - 1 - \sqrt{3x+1}}{3x+1} dx; h) \int_1^2 \frac{dx}{\sqrt{5x-1}}; i) \int_0^{\pi} \sin^2 3x dx.$

5. Обчислити площу фігури, обмеженої лініями:

a) $y = x^2 - 1, y = 0, x = 1, x = 2$;

b) $y = \sin x, y = 0, x = 0, x = \frac{\pi}{4}$.

c) $y = x^2 - 3x + 4, y = 4 - x$;

d) $y = \sin x, y = \cos x, y = 0, x = 0, x = \frac{\pi}{2}$.

e) $y = 2x^2 - 3x + 3, y = 3 - x^2$;

f) $y = 2\cos x, y = -2\cos x, x = 0, x = \frac{\pi}{2}$.

6. Розв'язати задачі: а) Швидкість руху точки $v = (3t^2 + 2t - 1) \text{ м/с}$. Знайти шлях пройдений точкою за 10 секунд від початку руху.

б) Тіло кинуте з поверхні Землі вертикально вгору зі швидкістю $v = (39,2 - 9,8t) \text{ м/с}$. Знайти найбільшу висоту підйому тіла.

1. Довести, що функція $F(x)$ є первісною для функції $f(x)$ на проміжку I :

a) $F(x) = x^6 - 2x^4 + x^2 - 3$, $f(x) = 6x^5 - 8x^3 + 2x$; $I = (-\infty; \infty)$.

b) $F(x) = -\cos 2x + \frac{x}{2}$, $f(x) = 2\sin 2x + \frac{1}{2}$, $I = (-\infty; \infty)$.

c) $F(x) = 2\sqrt{x+1} + 1$, $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1}}$, $I = (-1; \infty)$;

d) $F(x) = \sin^2 x + \cos^2 x$, $f(x) = 0$, $I = (-\infty; \infty)$.

e) $F(x) = -\frac{1}{7}(3-7x)^6$, $f(x) = 6(3-7x)^5$; $I = (-\infty; \infty)$.

f) $F(x) = -8\sin \frac{x}{4} + \cos \pi$, $f(x) = -2\cos \frac{x}{4}$, $I = (-\infty; \infty)$.

2. Знайти загальний вигляд первісних для функції

a) $f(x) = 6x^5 - x^3$, b) $f(x) = \frac{1}{\sin^2 \frac{1}{3}x}$, c) $f(x) = \frac{1}{10} \left(2 - \frac{1}{10}x \right)^{10}$.

3. Для функції $f(x)$ знайти первісну $F(x)$, графік якої проходить через точку A :

a) $f(x) = 2 + 4x - 3x^2$, $A(2; 4)$.

b) $f(x) = \frac{1}{2\sqrt{x-1}}$, $A(1; 1)$.

c) $f(x) = \cos x \cos 5x$, $A\left(-\frac{\pi}{4}; \frac{1}{24}\right)$.

4. Обчислити інтеграл:

a) $\int_3^7 dx$; b) $\int_0^4 (3x^2 - 2x + 1) dx$; c) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} -\frac{dx}{\sin^2 x}$; d) $\int_1^2 \left(\frac{4}{x^2} + 2x - 3x^2 \right) dx$; e) $\int_1^2 \frac{27x^3 + 1}{3x + 1} dx$;

f) $\int_0^{\frac{\pi}{24}} \frac{dx}{\cos^2 \left(2x + \frac{\pi}{4} \right)}$; g) $\int_0^1 \frac{9 - 4x^2 + \sqrt{3 - 2x}}{3 - 2x} dx$; h) $\int_1^2 \frac{dx}{\sqrt{5x - 4}}$; i) $\int_0^{\pi} \cos^2 \frac{x}{3} dx$.

5. Обчислити площу фігури, обмеженої лініями:

a) $y = x^2 + 1$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 1$;

б) $y = \cos x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = \frac{\pi}{2}$.

a) $y = x^2 - 5x + 3$, $y = 3 - x$;

б) $y = 2\sin x$, $y = -\sin x$, $x = 0$, $x = \pi$.

a) $y = 2x^2 - 3x + 4$, $y = 4 - 2x^2$;

б) $y = \cos x$, $y = -\cos x$, $x = 0$, $x = \frac{\pi}{2}$

6. Розв'язати задачі: а) Швидкість руху точки $v = (3t^2 + 2)$ м/с. Знайти шлях пройдений точкою за 7 секунд від початку руху.

б) Тіло кинуте з поверхні Землі вертикально вгору зі швидкістю $v = (29,4 - 9,8t)$ м/с. Знайти найбільшу висоту підйому тіла.

1. Довести, що функція $F(x)$ є первісною для функції $f(x)$ на проміжку I :

a) $F(x) = x^3 - 2x + 1, f(x) = 3x^2 - 2; I = (-\infty; \infty)$

b) $F(x) = 2 \sin 2x - 2, f(x) = 4 \cos 2x; I = (-\infty; \infty);$

c) $F(x) = 4x\sqrt{x}, f(x) = 6\sqrt{x}, I = (0; \infty)$

d) $F(x) = \sin^2 x + \cos^2 x, f(x) = 0, I = (-\infty; \infty).$

e) $F(x) = -\frac{1}{7}(3-7x)^6, f(x) = 6(3-7x)^5; I = (-\infty; \infty).$

f) $F(x) = -8 \sin \frac{x}{4} + \cos \pi, f(x) = -2 \cos \frac{x}{4}, I = (-\infty; \infty).$

2. Знайти загальний вигляд первісних для функції

a) $f(x) = 6x^5 - x^3, b) f(x) = \frac{1}{x^2} - \sin x, c) f(x) = 2(2x+5)^4.$

3. Для функції $f(x)$ знайти первісну $F(x)$, графік якої проходить через точку A :

a) $f(x) = x^3 + 2, A(2;15).$

b) $f(x) = \frac{1}{2\sqrt{x-1}}, A(1;1).$

c) $f(x) = \frac{1}{2} \cos \frac{x}{2} + \frac{1}{2} \sin \frac{x}{2}, A\left(-\frac{\pi}{2}; -\sqrt{2}\right).$

4. Обчислити інтеграл:

a) $\int_2^5 4dx; b) \int_0^4 (3x^2 - 2x + 1)dx; c) \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{dx}{\cos^2 x}; d) \int_1^2 \left(\frac{4}{x^2} + 2x - 3x^2\right)dx; e) \int_0^3 \frac{1-x^4}{1-x} dx;$

f) $\int_0^{\frac{\pi}{24}} \frac{dx}{\cos^2\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)}; g) \int_0^1 \frac{x^2 + x\sqrt[3]{x} + x\sqrt{x}}{x\sqrt{x}} dx; h) \int_1^2 \frac{dx}{\sqrt{5x-4}}; i) \int_0^{2\pi} \left(\cos \frac{x}{8} - \sin \frac{x}{8}\right)^2 dx.$

5. Обчислити площу фігури, обмеженої лініями:

g) $y = x^4, y = 0, x = 2.$

h) $y = \cos x, y = 0, x = -\frac{\pi}{4}, x = \frac{\pi}{4}.$

i) $y = 4 - x^2, y = 2 - x.$

j) $y = \sin \frac{x}{2}, y = 0, x = \frac{\pi}{2}, x = \frac{3\pi}{2}.$

k) $y = 9 - x^2, y = x^2 - 6x + 9.$

l) $y = 2 \sin x, y = -2 \sin x, x = 0, x = \pi.$

6. Розв'язати задачі: a) Швидкість руху точки $v = (3t^2 + 2) \text{ м/с}$. Знайти шлях пройдений точкою за 7 секунд від початку руху.

b) Швидкість руху точки $v = (12t - 3t^2) \text{ м/с}$. Знайти шлях пройдений точкою від початку руху до повної зупинки.

1. Довести, що функція $F(x)$ є первісною для функції $f(x)$ на проміжку I :

a) $F(x) = x^6 - 2x^4 + x^2 - 3, f(x) = 6x^5 - 8x^3 + 2x; I = (-\infty; \infty)$.

b) $F(x) = -\cos 2x + \frac{x}{2}, f(x) = 2 \sin 2x + \frac{1}{2}, I = (-\infty; \infty)$.

c) $F(x) = 2\sqrt{x+1} + 1, f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1}}, I = (-1; \infty)$;

d) $F(x) = \sin^2 x + 1, f(x) = \sin 2x, I = (-\infty; \infty)$.

e) $F(x) = (2x+1)^3, f(x) = 6(2x+1)^2; I = (-\infty; \infty)$

f) $F(x) = \sin^3 x - 3, f(x) = \frac{3}{2} \sin 2x \sin x, I = (-\infty; \infty)$.

2. Знайти загальний вигляд первісних для функції

a) $f(x) = 3x^2 + 2x, b) f(x) = \frac{1}{x^2} - \sin x, c) f(x) = \frac{1}{10} \left(2 - \frac{1}{10} x \right)^{10}$.

3. Для функції $f(x)$ знайти первісну $F(x)$, графік якої проходить через точку A :

a) $f(x) = 2 + 4x - 3x^2, A(2; 4)$.

b) $f(x) = 4x(x^2 - 1), A(1; 2)$.

c) $f(x) = \cos x \cos 5x, A\left(-\frac{\pi}{4}; \frac{1}{24}\right)$.

4. Обчислити інтеграл:

a) $\int_3^7 dx; b) \int_0^3 (x^2 + 4x - 1) dx; c) \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{\sin^2 x}; d) \int_{-5}^1 (x^2 + 8x + 16) dx; e) \int_1^2 \frac{27x^3 + 1}{3x + 1} dx;$

f) $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x dx; g) \int_0^1 \frac{9 - 4x^2 + \sqrt{3 - 2x}}{3 - 2x} dx; h) \int_2^6 \frac{dx}{\sqrt{3x - 2}}; i) \int_0^{\frac{\pi}{3}} \cos^2 \frac{x}{3} dx.$

5. Обчислити площу фігури, обмеженої лініями:

a) $y = x^4, y = 0, x = 2;$

b) $y = \cos x, y = 0, x = -\frac{\pi}{4}, x = \frac{\pi}{4}.$

c) $y = 4 - x^2, y = 2 - x;$

d) $y = \sin \frac{x}{2}, y = 0, x = \frac{\pi}{2}, x = \frac{3\pi}{2}.$

e) $y = 9 - x^2, y = x^2 - 6x + 9.$

f) $y = 2 \sin x, y = -2 \sin x, x = 0, x = \pi.$

6. Розв'язати задачі:

a) Швидкість руху точки $v = (6t^2 + 4) \text{ м/с}$. Знайти шлях, пройдений точкою за 5 секунд від початку руху.

b) Тіло кинуте з поверхні Землі вертикально вгору зі швидкістю $v = (29,4 - 9,8t) \text{ м/с}$. Знайти найбільшу висоту підйому тіла.