

Контрольна робота

з теми «Тригонометричні функції та рівняння»

Варіант роботи обирається згідно з порядковим номером студента в журналі групи:

Варіант 1: 1, 8, 15, 22, 29.

Варіант 2: 2, 9, 16, 23, 30.

Варіант 3: 3, 10, 17, 24, 31.

Варіант 4: 4, 11, 18, 25, 32.

Варіант 5: 5, 12, 19, 26, 33.

Варіант 6: 6, 13, 20, 27, 34.

Варіант 7: 7, 14, 21, 28, 35.

Варіант 1.

1. Спростити вираз (1 — 2):

а) $\cos^2 8^\circ + \sin^2 8^\circ$; б) $\cos^2 8^\circ - \sin^2 8^\circ$;
в) $\frac{\operatorname{tg} 8^\circ + \operatorname{tg} 2^\circ}{1 - \operatorname{tg} 8^\circ \operatorname{tg} 2^\circ}$; г) $\sin 50^\circ + \sin 40^\circ$.

2. а) $\cos(\alpha + \beta) + \sin \alpha \sin \beta$; б) $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) - \cos(\pi + \alpha)$.

3. Дано $\sin \alpha = -0,6$; $\pi < \alpha < \frac{3}{2}\pi$. Обчислити: $\operatorname{tg} \alpha$, $\sin 2\alpha$.

4. Розв'язати рівняння:

а) $2 \sin x - 1 = 0$; б) $\sin^2 x - 2 \sin x - 3 = 0$.
в) $\cos 3x + \cos 5x = 0$; г) $2 \cos^2 x + 5 \sin x - 4 = 0$.

5. Розв'язати нерівності:

А) $\operatorname{tg} 2x > 1$; б) $\cos^2 4x - \sin^2 4x \leq \frac{1}{2}$.

6. Розв'язати систему рівнянь $\begin{cases} \sin x \sin y = \frac{1}{2}, \\ \operatorname{ctg} x \operatorname{ctg} y = 1. \end{cases}$

Варіант 2.

Спростити вираз (1 — 2):

1. а) $1 + \sin^2 12^\circ + \cos^2 12^\circ$; б) $2 \sin 12^\circ \cos 12^\circ$;
в) $\frac{\operatorname{tg} 12^\circ - \operatorname{tg} 10^\circ}{1 + \operatorname{tg} 12^\circ \operatorname{tg} 10^\circ}$; г) $\cos 50^\circ + \cos 40^\circ$.

2. а) $\sin(\alpha - \beta) - \sin \alpha \cos \beta$; б) $\sin\left(\frac{3}{2}\pi + \alpha\right) + \cos(\pi - \alpha)$.

3. Дано: $\cos \alpha = -\frac{5}{13}$; $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Обчислити: $\operatorname{ctg} \alpha$, $\cos 2\alpha$.

4. Розв'язати рівняння:

а) $2 \cos x + \sqrt{3} = 0$; б) $\operatorname{tg}^2 x + 5 \operatorname{tg} x + 4 = 0$;
в) $\sin 5x - \sin x = 0$; г) $2 \sin^2 x + 3 \cos^2 x + 2 \sin x = 0$

5. Розв'язати нерівності:

а) $\sin 2x > \frac{1}{2}$; б) $2 \sin^2 x + \sin x > 0$.

6. Розв'язати систему рівнянь $\begin{cases} \operatorname{tg} x \operatorname{tg} y = 3, \\ \cos x \cos y = \frac{1}{4}. \end{cases}$

Варіант 3.

Спростити вираз (1 — 2):

1. а) $6 + \sin^2 6^\circ + \cos^2 6^\circ$; б) $2 \sin 6^\circ \cos 6^\circ$;
в) $\frac{\operatorname{tg} 43^\circ + \operatorname{tg} 2^\circ}{1 - \operatorname{tg} 43^\circ \operatorname{tg} 2^\circ} + 2$; г) $\sin 50^\circ - \sin 40^\circ$.

2. а) $\sin \alpha \cos \beta - \sin(\alpha + \beta)$; б) $\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) + \cos(\pi + \alpha) + \sin\left(\frac{3}{2}\pi - \alpha\right)$.

3. Дано $\sin \alpha = \frac{5}{13}$; $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Обчислити: $\operatorname{ctg} \alpha$, $\cos 2\alpha$.

4. Розв'язати рівняння:

а) $2 \sin x + 1 = 0$; б) $\operatorname{ctg}^2 x - 2 \operatorname{ctg} x - 3 = 0$;

- в) $\sin 3x + \sin 5x = 0$; г) $2\cos 2x = 7\cos x$.
5. Розв'язати нерівності:
- а) $\cos 4x > \frac{1}{2}$; б) $\sin 3x \cos x + \cos 3x \sin x \geq \frac{1}{2}$.
6. Розв'язати систему рівнянь $\begin{cases} \operatorname{tg} x \operatorname{tg} y = \frac{1}{3}, \\ \sin x \sin y = \frac{1}{4}. \end{cases}$

Варіант 4.

- Спростити вираз (1 — 2):*
1. а) $14 + \cos^2 14^\circ + \sin^2 14^\circ$; б) $\cos^2 14^\circ - \sin^2 14^\circ$;
в) $\frac{\operatorname{tg} 47^\circ - \operatorname{tg} 2^\circ}{1 + \operatorname{tg} 47^\circ \operatorname{tg} 2^\circ} + 1$; г) $\cos 50^\circ - \cos 40^\circ$.
2. а) $\cos(\alpha - \beta) - \cos \alpha \cos \beta$; б) $\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) + \sin(\pi - \alpha) + \sin\left(\frac{3}{2}\pi + \alpha\right)$.
3. а) Дано $\cos \alpha = \frac{12}{13}$; $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Обчислити: $\cos 2\alpha$, $\sin 2\alpha$.
4. Розв'язати рівняння:
- а) $2 \sin x - \sqrt{3} = 0$; б) $6\sin^2 x + 4\sin x \cos x + 4\cos^2 x = 3$
в) $\cos 2x - \cos 6x = 0$ г) $\sin^4 \frac{x}{2} - \cos^4 \frac{x}{2} = \frac{1}{2}$.
5. Розв'язати нерівності:
- а) $\cos 4x > \frac{1}{2}$; б) $\sin x + \cos x < 1$
6. Розв'язати систему рівнянь $\begin{cases} \sin x \cos y = \frac{1}{2}, \\ \sin y \cos x = -\frac{1}{2}. \end{cases}$

Варіант 5

- Спростити вираз (1 — 2):*
1. а) $6 + \sin^2 6^\circ + \cos^2 6^\circ$; б) $\frac{\cos 15^\circ - \cos 35^\circ}{\sin 25^\circ}$;
в) $\sin 40^\circ - \sin 10^\circ$; г) $\cos \frac{\pi}{5} + \cos \frac{3\pi}{5}$.
2. а) $\cos(\alpha + \beta) - \cos \alpha \cos \beta$; б) $\sin(90^\circ - \alpha) - \cos(180^\circ - \alpha) - \operatorname{ctg}(270^\circ + \alpha)$.
3. Дано $\operatorname{tg} \alpha = 3$; $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Обчислити: $\cos \alpha$, $\operatorname{tg} 2\alpha$.
4. Розв'язати рівняння:
- а) $2 \sin x + \sqrt{3} = 0$; б) $\operatorname{ctg}^2 x - 5\operatorname{ctg} x + 4 = 0$;
в) $\cos 2x - \cos 6x = 0$; г) $\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x = 2$
5. Розв'язати нерівності:
- а) $\sin 2x < \frac{\sqrt{3}}{2}$; б) $1 - 2\sin^2 2x > -\frac{1}{2}$.
6. Розв'язати систему рівнянь $\begin{cases} \cos x \cos y = \frac{3}{4}, \\ \sin x \sin y = \frac{1}{4}. \end{cases}$

Варіант 6

Спростити вираз (1 — 2):

1. а) $\cos 25^\circ - \sin 25^\circ$; б) $\cos 9\alpha \cos \alpha + \sin 9\alpha \sin \alpha$;
 в) $1 - 2\sin^2 4\alpha$; г) $\frac{\sin 75^\circ + \sin 15^\circ}{\sin 75^\circ - \sin 15^\circ}$
2. а) $\cos(\alpha - \beta) - \sin \alpha \sin \beta$; б) $\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) + \sin(\pi + \alpha)$.
3. Дано: $\operatorname{ctg} \alpha = 3$; $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Обчислити: $\operatorname{tg} 2\alpha$, $\operatorname{ctg} 2\alpha$.
4. Розв'язати рівняння:
 а) $2 \sin x - 1 = 0$; б) $5\sin^2 x - 5\sin x \cos x + 2\cos^2 x = 1$;
 в) $\sin x - \cos x = \frac{1}{\sqrt{2}}$; г) $\cos^4 x - \sin^4 x = \frac{\sqrt{3}}{2}$.
5. Розв'язати нерівності:
 а) $\operatorname{tg} \frac{x}{10} < 1$; б) $\sin 2x \sin 5x + \cos 2x \cos 5x > \frac{\sqrt{3}}{2}$.
6. Розв'язати систему рівнянь $\begin{cases} x + y = \pi, \\ \cos^2 x + \cos^2 y = 1. \end{cases}$

Варіант 7

Спростити вираз $(1 - 2)$:

1. а) $\sin 7^\circ \cos 2^\circ - \sin 2^\circ \cos 7^\circ$; б) $\cos^2 10^\circ - \sin^2 10^\circ$;
 в) $\frac{\operatorname{tg} 50^\circ - \operatorname{tg} 5^\circ}{1 + \operatorname{tg} 50^\circ \operatorname{tg} 5^\circ}$; г) $\sin 6\alpha \cos 2\alpha + \sin 2\alpha \cos 6\alpha$.
2. а) $\sin \alpha \cos \beta - \sin(\alpha - \beta)$; б) $\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) + \cos(\pi - \alpha)$.
3. Дано $\operatorname{tg} \alpha = -2$; $\frac{3}{2}\pi < \alpha < 2\pi$. Обчислити: $\cos \alpha$, $\operatorname{tg} 2\alpha$, $\operatorname{ctg} 2\alpha$.
4. Розв'язати рівняння:
 а) $2 \cos x - \sqrt{3} = 0$; б) $\operatorname{ctg}^2 x - 8\operatorname{ctg} x + 7 = 0$;
 в) $2\sin^2 x - 8\sin x \cos x + 8 \cos^2 x = 1$; г) $\cos x + \sqrt{3} \sin x = 2$.
5. Розв'язати нерівності:
 а) $\cos x > -\frac{\sqrt{3}}{2}$; б) $\sin x \cos x < \frac{1}{4}$.
6. Розв'язати систему рівнянь $\begin{cases} x + y = \frac{\pi}{2}, \\ \cos^2 x - \cos^2 y = \frac{1}{2}. \end{cases}$