

## Тригонометричні функції та рівняння

1. Яке з рівнянь не має коренів?

А)  $\sin x = \pi$ ; Б)  $\sin x = \frac{7}{8}$ ; В)  $\sin x = \frac{1}{2}$ ;      Г)  $\sin x = -\frac{\pi}{4}$ .

2. Спростіть вираз  $(1 - \cos \alpha)(1 + \cos \alpha)$ .

А)  $-1$ ;      Б)  $1$ ;      В)  $-\sin^2 \alpha$ ;      Г)  $\sin^2 \alpha$ .

3. Спростіть вираз  $\cos 8\alpha \cos 2\alpha - \sin 8\alpha \sin 2\alpha$ .

А)  $\cos 6\alpha$ ;    Б)  $\cos 10\alpha$ ;    В)  $\sin 6\alpha$ ;    Г)  $\sin 10\alpha$

4. Розв'яжіть рівняння  $\operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{3}$

А)  $\frac{\pi}{12} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$ ;    В)  $\frac{7\pi}{12} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$ ;  
Б)  $-\frac{\pi}{12} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$ ;    Г)  $\frac{5\pi}{12} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$ ;

5. Скоротіть дріб  $\frac{\sin 4\alpha}{2 \sin 2\alpha}$ .

А)  $\frac{1}{2} \sin 2\alpha$ ;      Б)  $\frac{1}{2} \cos 2\alpha$ ;      В)  $\sin \alpha$ ;      Г)  $\cos 2\alpha$

6. Розв'яжіть рівняння  $\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

А)  $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$ ;      В)  $(-1)^{k+1} \cdot \frac{\pi}{6} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$ ;  
Б)  $(-1)^k \cdot \frac{\pi}{3} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$ ;      Г)  $(-1)^{k+1} \cdot \frac{\pi}{3} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$ .

7. Розв'яжіть рівняння  $\cos x = \frac{1}{2}$ .

А)  $(-1)^k \frac{\pi}{3} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$ ; Б)  $(-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$ ;    В)  $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$ ; Г)  $\pm \frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$ .

8. Укажіть хибну нерівність.

А)  $\cos 100^\circ < 0$ ;    Б)  $\sin 100^\circ < 0$ ;    В)  $\operatorname{tg} 100^\circ < 0$     Г)  $\operatorname{ctg} 100^\circ < 0$ .

9. Спростіть вираз  $\cos\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right)$ .

А)  $\cos \alpha$ ;    Б)  $-\cos \alpha$ ;    В)  $\sin \alpha$     Г)  $-\sin \alpha$ .

10. Спростіть вираз  $\sin 12\alpha \cdot \cos 4\alpha - \cos 12\alpha \cdot \sin 4\alpha$ .

А)  $\sin 16\alpha$ ;    Б)  $\cos 16\alpha$ ;    В)  $\sin 8\alpha$ ;    Г)  $\cos 8\alpha$ .

11. Розв'яжіть рівняння  $\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

А)  $\pm \frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$ ;      В)  $(-1)^{k+1} \cdot \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$ ;  
Б)  $\pm \frac{3\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$ ;      Г)  $(-1)^k \cdot \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$ .

12. Скоротіть дріб  $\frac{\sin 6\alpha}{2 \cos 3\alpha}$   
 А)  $\sin 3\alpha$ ; Б)  $\cos 3\alpha$ ; В)  $\sin 2\alpha$ ; Г)  $\cos 2\alpha$ .

13. Спростіть вираз  $\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) + \operatorname{tg}(2\pi + \alpha)$   
 А)  $-2\operatorname{ctg}\alpha$ ; Б)  $2\operatorname{tg}\alpha$ ; В) 1; Г) 0.

14. Розв'яжіть рівняння  $\operatorname{tg} 2x = 0$ .

- А)  $\pi k, k \in \mathbb{Z}$ ; Б)  $\frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z}$ ;  
 В)  $\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$ ; Г)  $\frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z}$

15. Яке з рівнянь не має коренів?

- А)  $\cos x = -\pi$ ; Б)  $\cos x = -\frac{\pi}{6}$ ; В)  $\cos x = -\frac{5}{6}$ ; Г)  $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

16. Спростіть вираз  $(1 - \sin \alpha)(1 + \sin \alpha)$ .

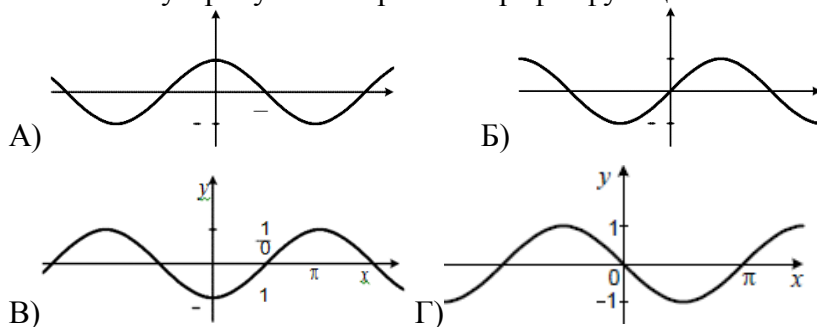
- А) -1; Б) 1; В)  $\cos^2 \alpha$ ; Г)  $\sin^2 \alpha$

$$\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

17. Розв'яжіть рівняння

- А)  $\pm \frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$ ; Б)  $\pm \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$ ; В)  $(-1)^k \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$ ; Г)  $\frac{\pi k}{4}, k \in \mathbb{Z}$ ;

18. На якому з рисунків зображено графік функції  $y = \cos(\pi - x)$



19. Укажіть правильну нерівність.

- А)  $\sin 100^\circ < 0$ ; Б)  $\cos 200^\circ > 0$ ; В)  $\operatorname{tg} 160^\circ > 0$ ; Г)  $\operatorname{ctg} 220^\circ > 0$ .

20. Спростіть вираз  $\sin(\alpha - \beta) + \sin \alpha \cos \beta$ .

- А)  $\cos \alpha \sin \beta$ ; Б)  $\cos \alpha \cos \beta$ ; В)  $\sin \alpha \cos \beta$ ; Г)  $\sin \alpha \sin \beta$ .

21. Спростіть вираз  $\sin\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)$ .

- А)  $\sin \alpha$ ; Б)  $-\sin \alpha$ ; В)  $\cos \alpha$ ; Г)  $-\cos \alpha$ .

22. Чому дорівнює значення виразу  $\lg \operatorname{tg} x + \lg \operatorname{ctg} x$ ?

- А) 100; Б) 10; В) 1; Г) 0.

23. Розв'яжіть рівняння  $\cos 2x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

- А)  $(-1)^{k+1} \cdot \frac{\pi}{12} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$ ;      В)  $\pm \frac{\pi}{6} \pi k, k \in \mathbb{Z}$ ;  
Б)  $\frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$ ;      Г)  $\pm \frac{5\pi}{12} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$ .

24. Спростіть вираз  $\cos(\pi + a) + \sin(\frac{\pi}{2} + a)$ .

- А) 0;      Б)  $2\cos a$ ;      В)  $2\sin a$ ;      Г)  $\sin a - \cos a$ .

25. Яке число є періодом функції  $y = \cos 3x$ ?

- А)  $\pi$ ;      Б)  $\frac{\pi}{2}$ ;      В)  $\frac{2\pi}{3}$ ;      Г)  $\frac{\pi}{3}$ .

26. Скільки коренів має рівняння  $\sin x = \sin 2$ ?

- А) жодного кореня;      В) два корені;  
Б) один корінь;      Г) безліч коренів.

27. Спростіть вираз  $\operatorname{ctg}(2\pi + \alpha)\operatorname{ctg}(\frac{3\pi}{2} - \alpha)$

- А)  $\operatorname{ctg}^2 \alpha$ ;      Б)  $\operatorname{tg}^2 \alpha$ ;      В) 1;      Г) -1.

28. Яке число є розв'язком нерівності  $\sin(3x - \frac{\pi}{6}) > \frac{1}{2}$ ?

- А)  $\frac{\pi}{6}$ ;      Б) 0;      В)  $\frac{\pi}{3}$ ;      Г)  $\frac{\pi}{2}$ .

29. Яка область визначення функції  $y = \arccos(x + 2)$ ?

- А)  $(-3; -1)$ ;      Б)  $(1; 3)$ ;      В)  $[-3; -1]$ ;      Г)  $[1; 3]$ .

30. Обчисліть значення виразу  $\cos 52^\circ \cos 38^\circ - \sin 52^\circ \sin 38^\circ$ .

- А)  $\frac{1}{2}$ ;      Б)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ;      В) 1;      Г) 0.

31. Яка нерівність не має розв'язків?

- А)  $\cos x \geq 1$ ; Б)  $\cos x > 1$ ; В)  $\cos x < 1$ ; Г)  $\cos x \leq 1$ .

32. Спростіть вираз  $\cos(\pi + \alpha)$ .

- А)  $\cos \alpha$ ;      Б)  $-\cos \alpha$ ;      В)  $\sin \alpha$ ;      Г)  $-\sin \alpha$ .

33. Яке рівняння рівносильне рівнянню  $\sin x = 2$ ?

- А)  $\operatorname{tg} x = 2$ ;      Б)  $\sqrt[4]{x} = 2$ ;      В)  $2^x + 3 = 2$ ;      Г)  $\sqrt[3]{x} = -2$ .

34. Обчисліть  $\sin 210^\circ$ .

- А)  $\frac{1}{2}$ ;      Б)  $-\frac{1}{2}$ ;      В)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ;      Г)  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

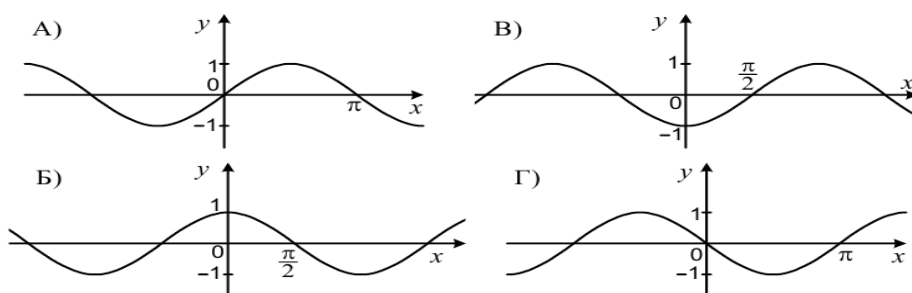
35. Спростіть вираз  $1 - \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha$ .

- А)  $2\sin^2 \alpha$       Б)  $2\cos^2 \alpha$       В) 0      Г) 2.

36. Обчисліть значення виразу  $\sin\left(\arccos \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

- А)  $-\frac{1}{2}$       Б)  $\frac{1}{2}$       В)  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$       Г)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

37. На якому з рисунків зображено графік функції  $y = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$ ?



38. Спростіть вираз  $\cos(\alpha + \beta) + \sin\alpha\sin\beta$ .

А)  $\sin\alpha\sin\beta$ ; Б)  $\cos\alpha\cos\beta$ ; В)  $\sin\alpha\cos\beta$  Г)  $\cos\alpha\sin\beta$ .

39. Розв'яжіть рівняння  $4\sin^2x - 11\cos x - 1 = 0$ .

40. Знайдіть корені рівняння:  $1 + \cos 8x = \cos 4x$ .

41. Спростіть вираз  $\frac{\sin^2 a \cot a}{\sin 2a}$ .

42. Чому дорівнює  $\cos a$ , якщо  $\sin a = 0,6$  і  $\frac{\pi}{2} < a < \pi$ ?

43. Спростіть вираз  $(1 + \operatorname{tg} \alpha)^2 + (1 - \operatorname{tg} \alpha)^2$ .

44. Спростити вираз:  $\frac{(\sin 8\alpha - \sin 2\alpha)(\cos 2\alpha - \cos 8\alpha)}{1 - \cos 6\alpha}$ .

45. Знайдіть корені рівняння:  $\sqrt{3}\sin^2x + \sin 2x - \sqrt{3}\cos^2x = 0$ .

46. Спростіть вираз  $\frac{\sin 3\alpha + \sin \alpha - 2\sin 2\alpha}{\cos 3\alpha + \cos \alpha - 2\cos 2\alpha}$ .

47. Знайдіть первісну функції  $f(x) = \frac{1}{2}\cos\frac{x}{2} - 5\sin 5x$  графік якої проходить через точку  $B(\pi; 0)$ .

48. Чому дорівнює  $\sin \alpha$ , якщо  $\cos \alpha = 0,8$ , і  $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$ .

49. Спростіть вираз  $(1 - \operatorname{ctg} \alpha)^2 (1 + \operatorname{ctg} \alpha)^2$ .

50. Чому дорівнює значення  $\operatorname{ctg} \alpha$ , якщо  $\sin \alpha = \frac{1}{3}$  і  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ ?

51. Спростіть вираз  $\frac{(\sin 2\alpha + \sin 6\alpha)(\cos 2\alpha - \cos 6\alpha)}{1 - \cos 8\alpha}$ .

52. Чому дорівнює значення виразу  $\cos\left(2\alpha - \frac{\pi}{2}\right)$ , якщо  $\cos \alpha = -0,8$  і  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ ?

53. Спростіть вираз  $\frac{2\sin 23\alpha - 1}{2 \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} + 3\alpha\right) \cos 2\left(\frac{\pi}{4} - 3\alpha\right)}$ .

54. Розв'яжіть рівняння:  $\sin^2x + 2\sin x \cos x - 3\cos^2x = 0$ .

55. Розв'яжіть рівняння:  $\sin^2x + \sin^2 2x = \cos^2 3x + \cos^2 4x$ .

56. Побудуйте графік функції  $f(x) = \cos x - \sqrt{\cos^2 x}$ .

57. Розв'яжіть рівняння:  $\sin 2x + \sin x = 2\cos x + 1$ .

58. Доведіть тотожність:  $(\sin \alpha + \sin \beta)^2 + (\cos \alpha + \cos \beta)^2 = 4\cos^2 \frac{\alpha - \beta}{2}$ .

59. Доведіть тотожність:  $(\sin \alpha - \sin \beta)^2 + (\cos \alpha - \cos \beta)^2 = 4 \sin^2 \frac{\alpha - \beta}{2}$ .

60. Знайдіть найменше значення виразу  $15 \sin \alpha + 8 \cos \alpha$ .

61. Розв'яжіть рівняння:  $\sin 2x - \cos x = 2 \sin x - 1$ .

62. Розв'яжіть рівняння?  $64 \operatorname{tg}^2 x + 8 = 9 \cdot 8^{\frac{1}{\cos^2 x} - 1}$ .

63. Знайдіть найбільший від'ємний корінь рівняння  $\cos^2 x - 0,5 \sin 2x = 1$ .

64. Розв'яжіть рівняння  $\cos x - \sqrt{3} \sin x = 2 \sin 3x$

65. Знайдіть корені рівняння:  $\sqrt{3} \sin^2 x - \sin 2x - \sqrt{3} \cos^2 x = 0$ .