

Тригонометричні функції та рівняння

$$\operatorname{ctg}(2\pi + \alpha) \operatorname{ctg}\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right)$$

1. Спростіть вираз

А) $\operatorname{ctg}^2 \alpha$; Б) $\operatorname{tg}^2 \alpha$; В) 1; Г) -1.

2. Обчисліть значення виразу $\sin 131^\circ \cos 49^\circ + \cos 131^\circ \sin 49^\circ$.

А) -1; Б) 0; В) $\frac{1}{2}$; Г) 1

3. Розв'яжіть рівняння $\cos 3x = \frac{1}{2}$.

А) $\frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$; Б) $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$; В) $\pm \frac{\pi}{9} + \frac{2\pi k}{3}, k \in \mathbb{Z}$; Г) $\pm \frac{\pi}{9} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$.

4. Обчисліть значення виразу $3\operatorname{tg} \frac{\pi}{4} + 5\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)$.

а) 0,5; б) 5,5; в) $3 + 2,5\sqrt{3}$; г) $3 - 2,5\sqrt{3}$.

5. Розв'яжіть рівняння $3\operatorname{tg} x + 12 = 0$.

А) $\operatorname{arctg} 4 + \pi k, k \in \mathbb{Z}$; Б) $-\operatorname{arctg} 4 + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$; В) $-\frac{1}{3}\operatorname{arctg} 12 + \frac{\pi k}{3}, k \in \mathbb{Z}$; Г) $-\operatorname{arctg} 4 + \pi k, k \in \mathbb{Z}$.

6. Спростіть вираз $\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) + \operatorname{tg}(2\pi + \alpha)$.

А) $-2\operatorname{ctg} \alpha$; Б) $2\operatorname{tg} \alpha$; В) 1; Г) 0.

7. Спростіть вираз $\sin^4 \alpha + \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha$.

А) $\cos^2 \alpha$; Б) $\sin^2 \alpha$; В) 1; Г) $1 + \sin^2 \alpha$.

8. Розв'яжіть рівняння $\operatorname{tg} 4x = \sqrt{3}$.

А) $\frac{\pi}{3} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$; Б) $\frac{\pi}{12} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$; В) $\frac{\pi}{24} + \frac{\pi k}{4}, k \in \mathbb{Z}$; Г) $\frac{\pi}{12} + \frac{\pi k}{4}, k \in \mathbb{Z}$.

9. Розв'яжіть рівняння $\operatorname{tg} 2x = 0$.

А) $\pi k, k \in \mathbb{Z}$; Б) $\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$; В) $\frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z}$; Г) $\frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

10. Спростіть вираз $\frac{\sin 2\alpha}{\sin \alpha}$.

А) $2\cos \alpha$; Б) $2\sin \alpha$; В) 2; Г) $\sin \alpha \cos \alpha$.

11. Обчисліть значення виразу $2\sin \frac{\pi}{6} - 3\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right)$.

А) $\frac{5}{2}$; Б) $-\frac{1}{2}$; В) $1+\sqrt{3}$; Г) $1-\sqrt{3}$.

12. Знайдіть значення виразу $4\cos\frac{\pi}{3} + 2\sin\frac{3\pi}{2}$.

А) 4; Б) 2; В) 0; Г) $2\sqrt{3}$.

13. Спростіть вираз $\cos\beta\cos5\beta + \sin\beta\sin5\beta$.

А) $\cos4\beta$; Б) $\cos6\beta$; В) $\sin4\beta$; Г) $\sin6\beta$.

14. Розв'яжіть рівняння $\operatorname{tg} x = 0$.

А) $\pi k, k \in Z$; Б) $\frac{\pi}{2} + \pi k, k \in Z$; В) $2\pi k, k \in Z$; Г) $\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in Z$.

15. Розв'яжіть рівняння $\cos\frac{x}{3} = 0$.

А) $\frac{\pi}{2} + \pi k, k \in Z$; Б) $\frac{\pi}{6} + \frac{\pi k}{3}, k \in Z$; В) $\frac{3\pi}{2} + 3\pi k, k \in Z$; Г) $\frac{3\pi}{2} + 6\pi k, k \in Z$.

16. Обчисліть $\cos 240^\circ$.

А) $\frac{1}{2}$; Б) $-\frac{1}{2}$; В) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; Г) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

17. Зведіть $\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$ до тригонометричної функції кута α .

А) $\cos\alpha$; Б) $-\cos\alpha$; В) $\sin\alpha$; Г) $-\sin\alpha$.

18. Знайдіть значення виразу $6\sin\frac{\pi}{6} + 3\cos\frac{3\pi}{2}$.

А) 0; Б) 3; В) 6; Г) $3\sqrt{3}$.

19. Розв'яжіть рівняння $\cos x = \frac{1}{2}$.

А) $(-1)^k \cdot \frac{\pi}{3} + \pi k, k \in Z$; Б) $(-1)^k \cdot \frac{\pi}{6} + \pi k, k \in Z$; В) $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in Z$; Г) $\pm \frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in Z$.

20. Обчисліть значення виразу $\cos 39^\circ \cos 21^\circ - \sin 39^\circ \sin 21^\circ$.

А) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; Б) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; В) $\frac{1}{2}$; Г) 1.

21. Розв'яжіть рівняння $\cos\frac{x}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

А) $\pm \frac{5\pi}{2} + 6\pi k, k \in Z$; Б) $\pm \frac{\pi}{2} + 6\pi k, k \in Z$; В) $\pm \frac{5\pi}{18} + \frac{2\pi k}{3}, k \in Z$; Г) $\pm \frac{5\pi}{2} + \frac{2\pi k}{3}, k \in Z$.

22. Спростіть вираз $\frac{\sin 5\alpha - \sin \alpha}{\cos 3\alpha}$.

А) $2\sin 3\alpha$; Б) $2\sin 2\alpha$; В) $2\cos 3\alpha$; Г) $\cos 2\alpha$.

23. Знайдіть корені рівняння $\sin 4x = -1$.

А) $-\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$; Б) $-\frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z}$; В) $-\frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$; Г) $-\frac{\pi}{8} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$.

24. Розв'яжіть рівняння $\operatorname{tg} \frac{x}{4} = 1$.

А) $\pi + 4\pi k, k \in \mathbb{Z}$; Б) $\pi + \pi k, k \in \mathbb{Z}$; В) $\frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$; Г) $\frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{4}, k \in \mathbb{Z}$.

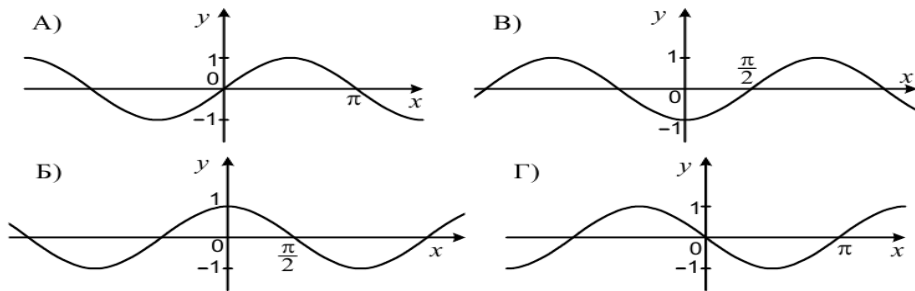
25. Знайдіть значення виразу $\cos^2 75^\circ - \sin^2 75^\circ$.

А) $\frac{1}{2}$; Б) $-\frac{1}{2}$; В) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; Г) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

26. Зведіть $\sin(\pi + \alpha)$ до тригонометричної функції кута α .

А) $\cos \alpha$; Б) $-\cos \alpha$; В) $\sin \alpha$; Г) $-\sin \alpha$.

27. На якому з рисунків зображено графік функції $y = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$?



28. Розв'яжіть рівняння: $2\sin^2 x + 7\cos x + 2 = 0$.

29. Спростіть вираз $(1 + \operatorname{ctg} \beta)^2 + (1 - \operatorname{ctg} \beta)^2$.

30. Спростіть вираз $\frac{\sin(-\alpha) - \sin^3(-\alpha)}{\sin^2(-\alpha)\cos(-\alpha)}$.

31. Розв'яжіть рівняння: $3\cos^2 x + 7\sin x - 5 = 0$.

32. Розв'яжіть рівняння: $2\sin^2 x = 3\cos x$.

33. Знайдіть корені рівняння $2\sin^2 x - 3\sin x \cos x + \cos^2 x = 0$.

34. Спростіть вираз: $(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 + (\sin \alpha - \cos \alpha)^2$.

35. Розв'яжіть рівняння: $6\sin^2 x - 3\sin x \cos x - 5\cos^2 x = 2$.

36. Розв'яжіть рівняння: $2\sin x - 3\cos x = 2$.

37. Доведіть тотожність $(\sin \alpha + \sin \beta)^2 + (\cos \alpha + \cos \beta)^2 = 4\cos^2 \frac{\alpha - \beta}{2}$.

38. Розв'яжіть рівняння: $5\sin^2 x + 3\sin x \cos x + 4\cos^2 x = 3$.

39. Розв'яжіть рівняння: $\sin^2 x + 4\sin x \cos x + 3\cos^2 x = 0$.

40. Обчисліть значення виразу: $\sin 20^\circ \cos 70^\circ + \sin^2 110^\circ \cos^2 250^\circ + \sin^2 290^\circ \cos^2 340^\circ$

41. Спростіть вираз: $\left(\frac{\cos 5\alpha}{\sin \alpha} + \frac{\sin 5\alpha}{\cos \alpha} \right) \cdot \frac{\sin 10\alpha - \sin 6\alpha}{\cos 4\alpha}$.

Доведіть тотожність: $(\sin \alpha + \sin \beta)^2 + (\cos \alpha + \cos \beta)^2 = 4 \cos^2 \frac{\alpha - \beta}{2}$

42. Знайдіть найменше значення виразу $15 \sin \alpha + 8 \cos \alpha$.

43. Розв'яжіть рівняння: $\sin 2x - \cos x = 2 \sin x - 1$.

44. Розв'яжіть рівняння? $64 \operatorname{tg}^2 x + 8 = 9 \cdot 8 \cos^2 x - 1$.

45. Знайдіть найбільший від'ємний корінь рівняння $\cos^2 x - 0,5 \sin 2x = 1$.

46. Розв'яжіть рівняння $\cos x - \sqrt{3} \sin x = 2 \sin 3x$

47. Знайдіть корені рівняння: $\sqrt{3} \sin^2 x - \sin 2x - \sqrt{3} \cos^2 x = 0$.

48. Побудуйте графік функції $f(x) = \sin x + \sqrt{\sin^2 x}$.

49. Доведіть тотожність: $(\sin \alpha - \sin \beta)^2 + (\cos \alpha - \cos \beta)^2 = 4 \sin^2 \frac{\alpha - \beta}{2}$.

50. Спростіть вираз $\frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} + \frac{1 + \cos \alpha}{\sin \alpha}$.