

# Похідна

1. Знайдіть похідну функції  $f(x) = \frac{1}{2}x^6 + 2x^3$ .

- А)  $f'(x) = 4x^5 + 5x^2$ ;      В)  $f'(x) = 4x^5 + 6x^2$ ;  
Б)  $f'(x) = 3x^5 + 6x^2$ ;      Г)  $f'(x) = 3x^5 + 5x^2$ .

2. Знайдіть похідну функції  $f(x) = \sin 2 + e^2$

- А)  $f'(x) = \cos 2 + 2e$ ;    Б)  $f'(x) = e^2$ ;    В)  $f'(x) = 1$ ;    Г)  $f'(x) = 0$ .

3. Скільки критичних точок має функція  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x$ ?

- А) жодної точки;    Б) одну точку;    В) дві точки;    Г) три точки.

4. Знайдіть похідну функції  $y = e^x \sin x$ .

- А)  $y' = e^x \cos x$ ;    Б)  $y' = e^x(\sin x + \cos x)$ ;    В)  $y' = e^x(\sin x - \cos x)$ ;    Г)  $y' = xe^{x-1} \cos x$

5. Знайти похідну функції:  $f(x) = \frac{x+3}{x-2}$

- А)  $f'(x) = \frac{1}{(x-2)^2}$ ;      Б)  $f'(x) = \frac{5}{(x-2)^2}$ ;  
В)  $f'(x) = -\frac{1}{(x-2)^2}$ ;      Г)  $f'(x) = -\frac{5}{(x-2)^2}$ .

6. Знайдіть похідну функції  $y = e^x - 3x^2$ .

- А)  $y' = e^x - x^3$ ;    Б)  $y' = xe^{x-1} - 6x$ ;    В)  $y' = e^x - 6x$ ;    Г)  $y' = xe^{x-1} - x^3$ .

7. Знайдіть похідну функції  $f(x) = \frac{1}{3}x^9 - 2x^4$ .

- А)  $f'(x) = 6x^8 - 8x^3$ ;    Б)  $f'(x) = 3x^8 - 6x^3$ ;    В)  $f'(x) = 3x^8 - 8x^3$ ;    Г)  $f'(x) = 6x^8 - 6x^3$ .

8. Знайдіть похідну функції  $f(x) = x^2 e^x$ .

- А)  $f'(x) = 2xe^x + x^2 e^x$ ;    Б)  $f'(x) = 2xe^x$ ;  
В)  $f'(x) = 2xe^x + x^3 e^{x-1}$ ;    Г)  $f'(x) = 2x^2 e^{x-1}$ .

9. Знайдіть похідну функції  $f(x) = \ln 2 - \cos 3$ .

- А)  $f'(x) = \frac{1}{2} + \sin 3$ ;    Б)  $f'(x) = \frac{1}{2}$ ;    В)  $f'(x) = 1$ ;    Г) А)  $f'(x) = 0$ .

10. Скільки критичних точок має функція  $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 9x$ ?

- А) три точки;    Б) дві точки;    В) одну точку;    Г) жодної точки.

11. Знайдіть похідну функції  $y = e^x \cos x$ .

- А)  $y' = e^x \sin x$ ;    Б)  $y' = e^x \cos x + \sin x$   
В)  $y' = -e^x \sin x$ ;    Г)  $y' = e^x \cos x - \sin x$

12. Знайдіть похідну функції  $f(x) = \ln \frac{x}{4}$

A)  $f'(x) = \frac{4}{x}$     B)  $f'(x) = \frac{x}{4}$     В)  $f'(x) = \frac{1}{x}$     Г)  $f'(x) = \frac{1}{4x}$

13. Розглянемо функції  $f$  і  $g$  такі, що для будь-якого дійсного  $x$  виконується рівність  $f'(x) = g'(x)$ . Яке твердження є завжди правильним?

A)  $f(x) = g(x)$ .    B)  $f(x) - g(x)$  – константа  
Б)  $f(x)$  і  $g(x)$  – константи    Г)  $f(x) + g(x)$  – константа.

14. Знайдіть значення похідної функції  $f(x) = x^2 - 5x$  у точці  $x_0 = 2$ .

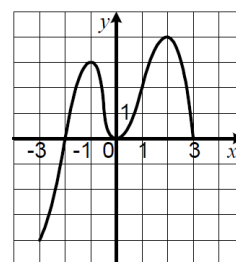
A) -1;    Б) 1;    В) -3;    Г) 3.

15. Знайдіть похідну функції  $f(x) = x^2 \ln x$

A)  $f'(x) = x \ln x + x$     B)  $f'(x) = 2x \ln x + 1$   
Б)  $f'(x) = 2x \ln x + x$     Г)  $f'(x) = x \ln x + 1$

16. Функція  $y = f(x)$ , графік якої зображено на рисунку, визначена на проміжку  $[-3; 3]$ . Укажіть множину значень аргументу функції, при яких  $f'(x) \leq 0$ .

A)  $[-3; -2)$ ;    B)  $[-1; 0] \cup [2; 3]$ ;  
Б)  $[-3; -1) \cup [0; 2]$ ;    Г)  $[-1; 2]$ .



17. Знайдіть похідну функції  $f(x) = \sqrt{4x - 1}$ .

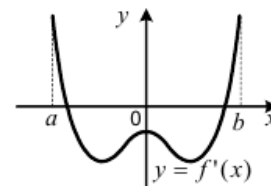
A)  $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{4x-1}}$ ;    B)  $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{4x-1}}$ ;  
Б)  $f'(x) = \frac{2}{\sqrt{4x-1}}$ ;    Г)  $f'(x) = \frac{4}{\sqrt{4x-1}}$ .

18. Знайдіть похідну функції  $f(x) = \frac{3x}{x-5}$ .

A)  $f'(x) = -\frac{15}{(x-5)^2}$ ;    B)  $f'(x) = \frac{6x-15}{(x-5)^2}$ ;  
Б)  $f'(x) = \frac{15}{(x-5)^2}$ ;    Г)  $f'(x) = \frac{15-6x}{(x-5)^2}$ .

19. Функція  $y = f(x)$  визначена на проміжку  $[a; b]$  і має похідну в кожній точці області визначення. На рисунку зображено графік функції  $y = f'(x)$ . Скільки проміжків спадання має функція  $y = f(x)$ ?

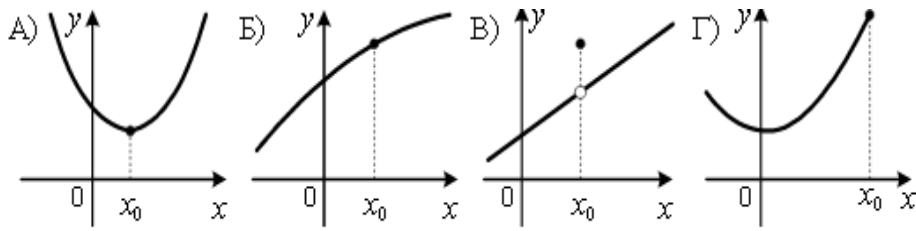
A) 1;    Б) 2;    В) 3;    Г) встановити неможливо.



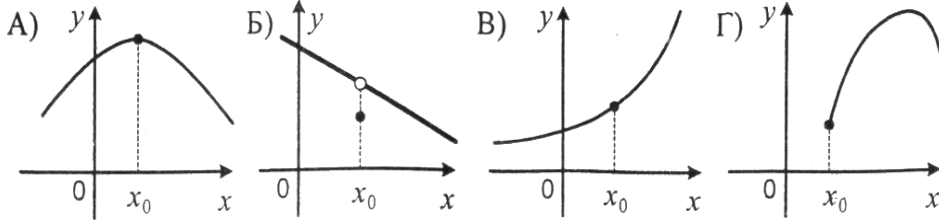
21. Знайдіть похідну функції  $f(x) = \frac{x-1}{x+2}$ .

A)  $f'(x) = -\frac{3}{(x+2)^2}$ ;    B)  $f'(x) = \frac{3}{(x+2)^2}$ ;  
Б)  $f'(x) = -\frac{1}{(x+2)^2}$ ;    Г)  $f'(x) = \frac{1}{(x+2)^2}$ .

22. На якому рисунку точка  $x_0$  є точкою максимуму функції, графік якої зображено на рисунку?



23. На якому рисунку точка  $x_0$  є точкою мінімуму функції, графік якої зображено на рисунку?



24. Чому дорівнює кутовий коефіцієнт дотичної до графіка функції  $y = x^2 - 3x$  у точці з абсцисою  $x_0 = -1$

- А) 4;    Б) -2;    В) -1    Г) -5

25. Знайдіть проміжки зростання і спадання та точки екстремуму функції  $f(x) = xe^{-\frac{x}{2}}$ .

26. Знайдіть абсцису точки, в якій дотична до графіка функції  $f(x) = x^3 - 3x^2 - 8x + 9$  нахилена до осі абсцис під кутом  $\alpha = \frac{\pi}{4}$ .

27. Знайдіть похідну функції  $f(x) = \frac{x^2-6}{x^2+4}$ .

28. Знайдіть проміжки зростання і спадання та точки екстремуму функції  $f(x) = \frac{x}{\ln x}$ .

29. Знайдіть проміжки зростання функції  $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + x^2 + 3x + 8$ .

30. Чому дорівнює найбільше значення функції  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 3$  на проміжку  $[0; 2]$ ?

31. Знайдіть проміжки зростання і спадання та точки екстремуму функції  $f(x) = e^{-x^2}$ .

32. Знайдіть проміжки зростання і спадання та точки екстремуму функції  $f(x) = \frac{x^2}{x^2-1}$ .

33. Знайдіть абсцису точки, у якій дотична до графіка функції  $f(x) = x^3 - x^2 - 2x + 7$  нахилена до осі абсцис під кутом  $\alpha = \frac{3\pi}{4}$ .

34. Знайдіть похідну функції  $f(x) = \frac{x^2-2}{x^2-7}$ .

35. Знайдіть проміжки зростання і спадання та точки екстремуму функції  $f(x) = \frac{x^2}{\ln x}$ .

36. Знайдіть рівняння дотичної до графіка функції  $f(x) = \sqrt{3x^2 + 22}$  у точці з абсцисою  $x_0 = -1$ .

37. Складіть рівняння дотичної до графіка  $f(x) = 4x - \frac{1}{3}x^3$  у точці з абсцисою  $x_0 = 3$ .

38. Складіть рівняння дотичної до графіка функції  $f(x) = -x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 4$  у точці з абсцисою  $x_0 = 2$ .

39. Знайдіть значення похідної функції  $f(x) = \frac{\ln x}{x^2}$  у точці  $x_0 = e$ .

40. Знайдіть проміжки зростання і спадання та точки екстремуму функції  $f(x) = \frac{x^2}{x^2-9}$ .

41. Чому дорівнює кутовий коефіцієнт дотичної до графіка функції  $f(x) = \ln(5x + 4)$  у точці з абсцисою  $x_0 = 5$  ?
42. Складіть рівняння дотичної до графіка функції  $y = x^2 - 3x + 2$ , яка паралельна прямій  $x - y = 5$ .
43. Знайдіть проміжки спадання функції  $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 2x - 6$  .24.
44. Чому дорівнює найменше значення функції  $f(x) = 2 + 3x^2 - x^3$  на проміжку  $[-1; 1]$  ?