

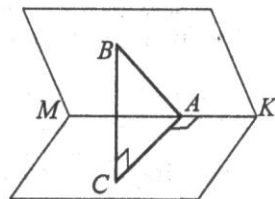
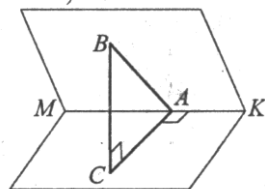
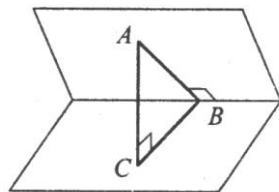
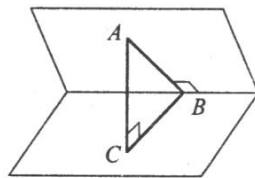
**Вправи з теми**

**«МНОГОГРАННИКИ  
ТА  
ТІЛА ОБЕРТАННЯ»**

## Частина перша

### Двогранний кут

1. Точка  $A$  лежить в одній з граней двогранного кута, зображеного на рисунку. З точки  $A$  опущено перпендикуляр  $AB$  на ребро двогранного кута і перпендикуляр  $AC$  на другу грань кута,  $AB = 6\sqrt{2}$  см,  $BC = 6$  см. Знайдіть величину двогранного кута.  
А)  $60^\circ$ ;    Б)  $45^\circ$ ;    В)  $30^\circ$ ;    Г)  $90^\circ$ .
2. Точка  $A$  лежить в одній із граней двогранного кута, зображеного на рисунку. З точки  $A$  опущено перпендикуляр  $AB$  на ребро двогранного кута і перпендикуляр  $AC$  на другу грань кута,  $AB = 14$  см,  $AC = 7$  см. Знайдіть величину двогранного кута.  
А)  $60^\circ$ ;    Б)  $45^\circ$ ;    В)  $30^\circ$ ;    Г)  $90^\circ$ .
3. З точки  $B$ , яка лежить в одній з граней двогранного кута, зображеного на рисунку, опущено перпендикуляр  $BA$  на ребро  $MK$  двогранного кута і перпендикуляр  $BC$  на іншу грань. Знайдіть величину двогранного кута, якщо  $AB = 4\sqrt{3}$  см,  $BC = 6$  см.  
А)  $90^\circ$ ;    Б)  $60^\circ$ ;    В)  $45^\circ$ ;    Г)  $30^\circ$ .
4. З точки  $B$ , яка лежить в одній із граней двогранного кута, зображеного на рисунку, опущено перпендикуляр  $BA$  на ребро  $MK$  двогранного кута і перпендикуляр  $BC$  на іншу грань. Знайдіть величину двогранного кута, якщо  $BC = 2\sqrt{3}$  см,  $AC = 2$  см.  
А)  $30^\circ$ ;    Б)  $45^\circ$ ;    В)  $60^\circ$ ;    Г)  $90^\circ$ .



### Призма

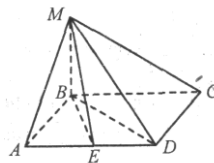
1. Обчисліть площу бічної поверхні прямої призми, основою якої є паралелограм зі сторонами 8 см і 22 см, а висота призми дорівнює 15 см.  
А)  $900\text{ см}^2$ ;    Б)  $450\text{ см}^2$ ;    В)  $600\text{ см}^2$ ;    Г)  $2640\text{ см}^2$ .

- Обчисліть площу бічної поверхні прямої призми, основою якої є паралелограм зі сторонами 5 см і 6 см, а бічне ребро дорівнює 8 см.  
А)  $88 \text{ см}^2$ ;      Б)  $176 \text{ см}^2$ ;      В)  $240 \text{ см}^2$ ;      Г)  $480 \text{ см}^2$ .
- Обчисліть площу бічної поверхні прямої призми, основа якої трикутник зі сторонами 10 см, 12 см і 13 см, а бічне ребро дорівнює 8 см.  
А)  $70 \text{ см}^2$ ;      Б)  $140 \text{ см}^2$ ;      В)  $210 \text{ см}^2$ ;      Г)  $280 \text{ см}^2$ .
- Обчисліть площу бічної поверхні прямої призми, основою якої є ромб зі стороною 6 см, а висота призми дорівнює 12 см.  
А)  $432 \text{ см}^2$ ;      Б)  $72 \text{ см}^2$ ;      В)  $144 \text{ см}^2$ ;      Г)  $288 \text{ см}^2$ .
- Обчисліть площу бічної поверхні прямої призми, основою якої є ромб зі стороною 9 см, а бічне ребро дорівнює 5 см.  
А)  $180 \text{ см}^2$ ;      Б)  $360 \text{ см}^2$ ;      В)  $405 \text{ см}^2$ ;      Г)  $90 \text{ см}^2$ .
- Обчисліть площу бічної поверхні прямої призми, основа якої чотирикутник зі сторонами 8 см, 5 см, 12 см і 9 см, а бічне ребро дорівнює 4 см.  
А)  $136 \text{ см}^2$ ;      Б)  $68 \text{ см}^2$ ;      В)  $102 \text{ см}^2$ ;      Г)  $140 \text{ см}^2$ .

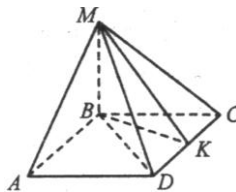
### Піраміда

- Обчисліть площу бічної поверхні правильної шестикутної піраміди сторона основи якої дорівнює 8 см, а апофема – 12 см.  
А)  $288 \text{ см}^2$ ;      Б)  $576 \text{ см}^2$ ;      В)  $144 \text{ см}^2$ ;      Г)  $192 \text{ см}^2$ .

- Основою піраміди  $MABCD$ , зображеної на рисунку, є прямокутник, бічне ребро  $MB$  перпендикулярне до площини основи піраміди, точка  $E$  – середина  $AD$ .  
Укажіть лінійний кут двогранного кута з ребром  $AD$ .  
А)  $\angle MAB$ ;      Б)  $\angle MEB$ ;  
В)  $\angle MDB$ ;      Г)  $\angle MCB$ .

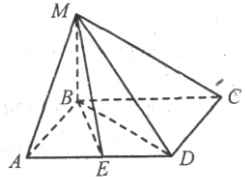


- Основою піраміди  $MABCD$ , зображеної на рисунку, є квадрат, бічне ребро  $MB$  перпендикулярне до площини основи піраміди, точка  $K$  – середина  $CD$ .  
Укажіть лінійний кут двогранного кута з ребром  $CD$ .  
А)  $\angle MAB$ ;      Б)  $\angle MDB$ ;      В)  $\angle MKB$ ;      Г)  $\angle MCB$ .



- Обчисліть площу бічної поверхні правильної восьмикутної піраміди, сторона основи якої дорівнює 6 см, а апофема – 16 см.  
А)  $768 \text{ см}^2$ ;      Б)  $384 \text{ см}^2$ ;      В)  $256 \text{ см}^2$ ;      Г)  $192 \text{ см}^2$ .

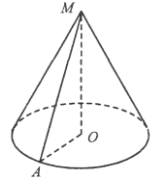
5. Основою піраміди  $MFBCD$ , зображеної на рисунку, є прямокутник, бічне ребро  $MB$  перпендикулярне до площини основи піраміди, точка  $E$  - середина  $AD$ . Укажіть лінійний кут двогранного кута з ребром  $AD$ .



- А)  $\angle MAB$ ;                      Б)  $\angle MEB$ ;  
 В)  $\angle MDB$ ;                      Г)  $\angle MCB$ .

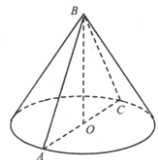
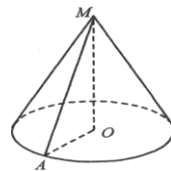
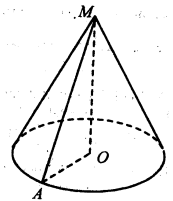
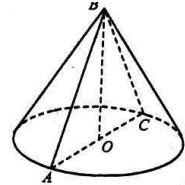
### Циліндр

1. Чому дорівнює площа бічної поверхні циліндра, діаметр основи якого дорівнює 4 см, а твірна – 9 см?  
 А)  $36 \pi \text{ см}^2$ ;      Б)  $72 \pi \text{ см}^2$ ;    В)  $12 \pi \text{ см}^2$ ;    Г)  $24 \pi \text{ см}^2$ .
2. Обчисліть площу бічної поверхні циліндра, осьовим перерізом якого є квадрат зі стороною 8 см.  
 А)  $32 \pi \text{ см}^2$ ;      Б)  $64 \pi \text{ см}^2$ ;    В)  $128 \pi \text{ см}^2$ ;    Г)  $256 \pi \text{ см}^2$ .



### Конус

1. Висота конуса, зображеного на рисунку, дорівнює 14 см, а кут при вершині осьового перерізу -  $120^\circ$ . Знайдіть радіус основи конуса.  
 А)  $14\sqrt{3}$  см;      Б)  $7\sqrt{3}$  см;      В)  $\frac{14\sqrt{3}}{2}$  см;      Г) 7 см.
2. Кут між твірною  $MA$  і площиною основи конуса, зображеного на рисунку, дорівнює  $60^\circ$ , висота конуса дорівнює  $9\sqrt{3}$  см. Знайдіть твірну конуса.  
 А)  $\frac{9\sqrt{3}}{2}$  см;      Б)  $18\sqrt{3}$  см;    В) 13,5 см;      Г) 18 см.
3. Твірна  $MA$  конуса, зображеного на рисунку, дорівнює  $16\sqrt{3}$  см і нахилена до площини основи під кутом  $60^\circ$ . Знайдіть висоту конуса.  
 А)  $8\sqrt{3}$  см;      Б) 24 см;      В) 16 см;      Г)  $12\sqrt{3}$  см.
4. Кут між твірною  $MA$  і площиною основи конуса, зображеного на рисунку, дорівнює  $30^\circ$ , радіус основи конуса дорівнює  $6\sqrt{3}$  см. Знайдіть висоту конуса.  
 А) 6 см;      Б) 18 см;      В)  $12\sqrt{3}$  см;    Г)  $3\sqrt{3}$  см.
5. Радіус основи конуса, зображеного на рисунку, дорівнює

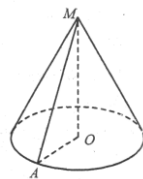


12 см, а кут при вершині осьового перерізу -  $120^\circ$ . Знайдіть твірну конуса.

А)  $6\sqrt{3}$  см;      Б) 6 см;      В)  $8\sqrt{3}$  см;      Г) 24 см.

6. Твірна  $MA$  конуса, зображеного на рисунку, нахилена до площини під кутом  $30^\circ$ , а радіус основи конуса дорівнює  $10\sqrt{3}$  см. Знайдіть твірну конуса.

А) 20 см;      Б)  $20\sqrt{3}$  см;      В) 10 см;      Г) 30 см.



### Куля

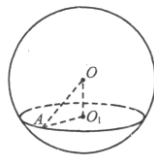
1. Точка  $A$  - довільна точка простору. Яку геометричну фігуру утворюють усі точки простору, віддалені від точки  $A$  на відстань  $m$  ?  
А) коло;      Б) круг;      В) сферу;      Г) кулю.

2. Точка  $A$  - довільна точка простору. Яку геометричну фігуру утворюють усі точки простору, відстань від яких до точки  $A$  не більша за  $m$  ?

А) коло;      Б) круг;      В) сферу;      Г) кулю.

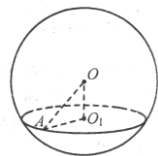
3. У кулі з центром  $O$ , зображеній на рисунку, проведено переріз з центром  $O_1$  на відстані 12 см від центра кулі. Знайдіть радіус кулі, якщо радіус перерізу дорівнює 9 см.

А) 10 см;      Б) 12 см;      В) 15 см;      Г) 21 см.



4. У кулі з центром  $O$ , зображеній на рисунку, проведено переріз з центром  $O_1$  на відстані 5 см від центра кулі. Знайдіть радіус перерізу, якщо радіус кулі дорівнює 13 см.

А) 4 см;      Б) 6 см;      В) 12 см;      Г) 10 см.



### Частина друга

#### Паралелепіед

1. Основою прямого паралелепіеда є ромб зі стороною  $a$  і гострим кутом  $\alpha$ . Менша діагональ паралелепіеда нахилена до площини основи під кутом  $\beta$ . Знайдіть площу бічної поверхні паралелепіеда.
2. Основою прямого паралелепіеда є ромб зі стороною  $a$  і тупим кутом  $\alpha$ . Більша діагональ паралелепіеда нахилена до площини основи під кутом  $\beta$ . Знайдіть площу бічної поверхні паралелепіеда.

#### Призма

1. Основа прямої призми - ромб з діагоналями 10 см і 24 см. Менша діагональ призми дорівнює 26 см. Обчисліть площу бічної поверхні призми.

2. Основа прямої призми – прямокутний трикутник із катетом 6 см і гострим кутом  $45^\circ$ . Об'єм призми дорівнює  $108 \text{ см}^3$ . Знайдіть площу бічної поверхні призми.
3. Обчисліть площу бічної поверхні правильної чотирикутної призми, діагональ якої дорівнює  $12\sqrt{3}$  см і нахилена до площини основи під кутом  $30^\circ$ .
4. Основа прямої призми – трикутник зі стороною  $c$  і прилеглими до неї кутами  $\alpha$  і  $\beta$ . Діагональ бічної грані, що проходить через сторону основи, яка протилежна куту  $\alpha$ , нахилена до площини основи під кутом  $\gamma$ . Знайдіть висоту призми.
5. Основа прямої призми – ромб з діагоналями 16 см і 30 см. Більша діагональ призми дорівнює 50 см. Обчисліть площу бічної поверхні призми.
6. Основа прямої призми – прямокутний трикутник із гіпотенузою 8 м і кутом  $30^\circ$ . Об'єм призми дорівнює  $48\sqrt{3}$   $\text{см}^3$ . Знайдіть площу бічної поверхні призми.
7. Обчисліть площу бічної поверхні правильної чотирикутної призми, діагональ якої дорівнює  $8\sqrt{2}$  см і нахилена до площини основи під кутом  $45^\circ$ .
8. Основа прямої призми – трикутник зі стороною  $a$ , протилежним цій стороні кутом  $\alpha$  і прилеглим кутом  $\beta$ . Діагональ бічної грані, яка містить сторону основи, до якої прилягають кути  $\alpha$  і  $\beta$ , нахилена до площини основи під кутом  $\gamma$ . Знайдіть висоту призми.

## Піраміда

1. Висота правильної трикутної піраміди дорівнює 15 см, а апофема – 17 см. Обчисліть площу бічної поверхні піраміди.
2. Сторона основи правильної чотирикутної піраміди дорівнює 2 см, а висота піраміди -  $2\sqrt{2}$  см. Знайдіть площу бічної поверхні піраміди.
3. Висота правильної чотирикутної піраміди дорівнює 12 см, а апофема – 15 см. Обчисліть площу бічної поверхні піраміди.
4. Сторона основи правильної трикутної піраміди дорівнює 6 см, а висота піраміди -  $\sqrt{22}$  см. Знайдіть площу бічної поверхні піраміди.
5. Сторона основи правильної трикутної піраміди дорівнює 8 см, а бічна грань нахилена до площини основи під кутом  $30^\circ$ . Знайдіть площу повної поверхні піраміди.

6. Основа піраміди – трикутник зі сторонами 13 см, 14 см і 15 см. Знайдіть площу перерізу, який проходить паралельно площині основи і ділить висоту піраміди у відношенні 1:2, рахуючи від вершини піраміди.
7. Сторона основи правильної чотирикутної піраміди дорівнює 4 см, а бічна грань нахилена до площини основи під кутом  $60^\circ$ . Знайдіть площу повної поверхні піраміди.
8. Основа піраміди – трикутник зі сторонами 6 см, 25 см і 29 см. Знайдіть площу перерізу, який проходить паралельно площині основи і ділить висоту піраміди у відношенні 1:3, рахуючи від вершини піраміди.
9. Ребро правильного тетраедра  $DABC$  дорівнює  $a$ . Знайдіть площу його перерізу, який проходить через ребро  $DC$  і середину ребра  $AB$ .
10. Бічне ребро правильної трикутної піраміди дорівнює 4 см і утворює з площиною основи кут  $30^\circ$ . Знайдіть площу бічної поверхні піраміди.

### Циліндр

1. Висота циліндра дорівнює 8 см, радіус основи – 5 см. На відстані 4 см від осі циліндра паралельно їй проведено площину. Знайдіть площу перерізу, який при цьому утворився.
2. Паралельно осі циліндра, радіус основи якого дорівнює 8 см, проведено площину, що перетинає основу циліндра по хорді, яка стягує дугу, градусна міра якої  $120^\circ$ . Знайдіть площу перерізу, якщо його діагональ дорівнює 16 см.
3. У нижній основі циліндра проведено хорду завдовжки 8 см, яка знаходиться на відстані 3 см від центра цієї основи. Знайдіть площу осьового перерізу циліндра, якщо його висота дорівнює 6 см.
4. Паралельно осі циліндра, радіус основи якого дорівнює  $6\sqrt{2}$  см, проведено площину, що перетинає основу циліндра по хорді, яка стягує дугу, градусна міра якої дорівнює  $90^\circ$ . Знайдіть площу перерізу, якщо кут між діагоналлю і вказаною хордою дорівнює  $60^\circ$ .

### Конус

1. Через дві твірні конуса, кут між якими дорівнює  $\varphi$ , проведено переріз. Знайдіть площу цього перерізу, якщо висота конуса дорівнює  $h$  і утворює з його твірною кут  $\alpha$ .
2. Через дві твірні конуса, кут між якими дорівнює  $\alpha$ , проведено переріз. Знайдіть площу цього перерізу, якщо радіус основи конуса дорівнює  $R$ , а твірна утворює з площиною основи кут  $\beta$ .

## Сфера

1. Довжина лінії перетину сфери і площини, яка віддалена від її центра на 12 см, дорівнює  $10\pi$  см. Знайдіть радіус сфери.

## Частина третя

1. Через катет прямокутного рівнобедреного трикутника проведено площину, яка утворює з площиною трикутника кут  $60^\circ$ . Знайдіть кути, які утворюють дві інші сторони трикутника з цією площиною.

## Паралелепіед

1. Діагональ прямокутного паралелепіпеда дорівнює  $d$  і утворює з площиною основи кут  $\alpha$ , а з площиною бічної грані - кут  $\beta$ . Знайдіть площу бічної поверхні паралелепіпеда.
2. Діагональ прямокутного паралелепіпеда дорівнює  $d$  і утворює з площиною однієї бічної грані кут  $\alpha$ . З іншою – кут  $\beta$ . Знайдіть площу бічної поверхні паралелепіпеда.

## Призма

1. У правильній трикутній призмі  $ABC A_1 B_1 C_1$  сторона основи дорівнює 8 см, а бічне ребро – 2 см. Через сторону  $AC$  нижньої основи і середину сторони  $A_1 B_1$  верхньої проведено площину. Знайдіть площу перерізу.
2. У правильній чотирикутній призмі  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  сторона основи дорівнює  $8\sqrt{2}$  см, а бічне ребро – 3 см. Через діагональ  $BD$  нижньої основи і середину сторони  $B_1 C_1$  верхньої проведено площину. Знайдіть площу перерізу.

## Піраміда

1. Основою піраміди є правильний трикутник зі стороною 6 см. Одна бічна грань піраміди перпендикулярна до площини основи, а дві інші нахилені до неї під кутом  $45^\circ$ . Знайдіть висоту піраміди.
2. Основа піраміди – квадрат зі стороною 12 см, а дві суміжні бічні грані перпендикулярні до площини основи. Обчисліть площу бічної поверхні піраміди, якщо її висота дорівнює 5 см.
3. Основою піраміди  $MABC$  є трикутник  $ABC$ ,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $\angle BAC = 60^\circ$ ,  $AC = 4\sqrt{3}$ . Бічна грань  $MBC$  перпендикулярна до площини основи, а дві інші нахилені до неї під кутом  $30^\circ$ . Знайдіть довжину ребра  $MC$ .
4. Основа піраміди – квадрат зі стороною 9 см, а дві суміжні бічні грані перпендикулярні до площини основи. Обчисліть площу бічної поверхні піраміди, якщо середнє за довжиною бічне ребро піраміди дорівнює 15 см.
5. Основою піраміди  $KMNF$  є трикутник  $MNF$ ,  $\angle MFN = 90^\circ$ ,  $\angle FMN = 30^\circ$ ,  $MN = 12$  см. Бічна грань  $MKF$  перпендикулярна до площини основи, а дві інші нахилені до неї під кутом  $45^\circ$ . Знайдіть довжину ребра  $KF$ .